



Komparatívna analýza európskych krajín prostredníctvom CGE modelu a analýza citlivosti získaných výsledkov¹

Václav Školuda

Vysoká škola ekonomická, Praha

CGE modely radíme do širokej rodiny modelov všeobecnej rovnováhy. Ide o statické modely väčších rozmerov používané na analýzu šokov. Súťažná práca sa zaoberala CGE modelmi vo viacerých rovinách. Prvou je teoretická rovina, v ktorej sa čitateľ oboznámi s modelmi všeobecnej rovnováhy, ich konštrukciou a riešením. Druhou je aplikačná rovina, kde sa sleduje správanie hospodárstiev európskych krajín prostredníctvom dvoch modelov. Treťou je analytická rovina, v ktorej sa získané výsledky podrobnejšie analyzujú. Okrem komparatívnej analýzy sa práca zaoberá aj analýzou citlivosti výsledkov na kalibráciu modelu, na vstupné údaje, na veľkosť šoku a na spôsob výpočtu.

Úvod

CGE (Computable General Equilibrium) modely sú makroekonomické modely založené na mikroekonomických základoch. Opisujú ekonomiku ako celok a používajú pritom mikroekonomické vzťahy opisujúce správanie jednotlivých zložiek hospodárstva. Zväčša ich predstavujú veľké modely pozostávajúce zo stoviek rovníc zamerané na sledovanie šokov v ekonomike. Umožňujú sledovať dopady zavedeného šoku na všetky zahrnuté zložky hospodárstva, čo patrí k najväčším výhodám tohto typu modelov. Údaje pre model sa vzťahujú zväčša na jeden rok a model je statický. Toto spolu s neistotou, pokiaľ ide o optimálnosť riešenia, patrí medzi ich najväčšie nevýhody.

Motiváciou k napísaniu práce bolo preskúmanie istej vágnosti spojenej s konštrukciou tohto typu modelov. Viacero publikujúcich autorov pristupuje k takzvanej kalibrácii modelu nieisto a autor práce sa pokúsil zistiť, či by sa nedala vylepšiť prostredníctvom ekonometrických odhadov. Na tento účel sa použili dva rôzne CGE modely, ktoré sa aplikovali na údaje z 23 európskych krajín. Získané výsledky sa následne podrobili analýze citlivosti. Článok postupne predstaví použitý analytický aparát, získané výsledky a typy aplikovanej analýzy citlivosti.

Modely všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy umožňujú sledovať dopady zavedenia šoku na ekonomiku ako celok aj na jej jednotlivé časti a závisí len od tvorcu modelu a jeho zamerania, ako model zostrojí. Modely predstavované v tejto práci pozostávajú z desiatich produkčných a spotrebných oblastí, pričom bežne používané modely² bývajú mnohonásobne väčšie a rovnako môžu podrobnejšie deliť ostatné oblasti, napríklad domácnosti podľa príjmových skupín a podobne.

Matematický pohľad ukazuje CGE modely ako úlohu nelineárnej optimalizácie. Modely v zá-

ujme čo najlepšieho opísania skutočnosti používajú mnoho nelineárnych funkcií. Model sa stáva sústavou nelineárnych rovníc a v prípade použitia podmienok nezápornosti aj nerovníc. Ohraničujúce podmienky sú zväčša v tvare rovníc, z ktorých je časť nelineárna, a vo formulácii úlohy sú explicitne uvedené niektoré podmienky nezápornosti. Použitie podmienok celočíselnosti sa neodporúča, keďže model by sa mohol stať neriešiteľným. Podmienky nezápornosti a ďalšie ohraničenia pochádzajú zväčša z teórie a predstavujú ekonomické obmedzenia. Úloha tak získa ďalšie ohraničenia, no množina prípustných riešení sa tým zmenší, čo môže byť kontraproduktívne. CGE modely môžeme klasifikovať ako nekonvexné úlohy s nelineárnymi ohraničeniami. Nevýhodami spojenými s použitím nelineárnych funkcií pri špecifikácii modelu všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy je potenciálna prítomnosť viacerých extrémov a nekonvexnosť množiny prípustných riešení. CGE model tak v mnohých prípadoch dosahuje lokálne optimálne riešenie v okolí pôvodnej rovnováhy.

MODEL A DÁTA

Model všeobecnej rovnováhy podáva opis diania ako celku, preto treba tiež ako celok definovať na to určené rovnice. V prípade, že model opisuje celú krajinu v jednom roku, musíme definovať všetky vzťahy, ktoré sa v danom období v hospodárstve vyskytujú. Na to nám z matematického hľadiska slúžia jednotlivé rovnice. Prvý model VSEMOR2 pozostáva z 29 blokov rovníc, ktoré sa podľa počtu agregovaných sektorov menia na desiatky až stovky samostatných rovníc. Rovnice vychádzajú z mikroekonomickej teórie a opisujú dopyt firiem, domácností, vlády a investícií³, zahraničie, platobnú bilanciu, vyjadrujú nulový zisk, príjem domác-

¹ Článok je zhnutím dizertačnej práce s rovnakým názvom, za ktorú autor získal druhú cenu v súťaži o Cenu guvernéra NBS pre študentov univerzít za výnimočnú dizertačnú, prípadne diplomovú prácu v oblasti menovej ekonomie, makroekonómie alebo finančnej ekonomie. Dizertačná práca bola vypracovaná v rámci projektu Internej grantovej agentúry Vysoké školy ekonomickej v Prahe – IGA F4/24/2014 a je dostupná na http://isis.vse.cz/lide/clovek.pl?zalozka=7;i d=90149;download_prace=1

² Medzi najznámejšie a najväčšie modely všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy patrí projekt zameraný na analýzu svetového trhu GTAP (Global Trade Analysis Project). Tento projekt disponuje celosvetovým modelom zahraničného obchodu založeným na údajoch z roku 2007. Prístup k nemu je umožnený cez voľne prístupný program. Dobrou príručkou na takéto analýzy je publikácia [3]. Okrem GTAP existujú aj ďalšie podobne rozmerné modely, ako napríklad LEITAP, MIRAGE alebo GOAL. Okrem zahraničného obchodu sa CGE modely zameriavajú aj na poľnohospodársku politiku [9] alebo rôzne environmentálne oblasti, ako napríklad na dopady odlesňovania [19] alebo zavedenia eko daní vo vzťahu k produkcii CO₂ v energetike [12]. Za alternatívny smer vývoja možno považovať finančné CGE modely [22] alebo dynamické CGE modely [8]. Modely všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy majú tiež nezastupiteľnú úlohu pri odporúčaníach pre hospodársku politiku v rozvojových krajinách [4], kde z dôvodu nedostupnosti údajov nie je možné použiť modely založené na časových radoch.



ností, vlády a investícií a predstavujú rovnováhu na trhoch.³ Druhým modelom je STDCGE.

Pôvodné modely VŠEMOR⁴ a STDCGE⁵ boli pozmenené, aby sa pri analýze mohla v čo najväčšej miere dodržať zásada *ceteris paribus*. Oba modely pracujú s rovnakým tvarom vstupných údajov a dávajú formálne rovnaký výstup. Odlišná je len ich vnútorná konštrukcia, čiže aj výsledky, ktoré poskytnú, sa budú po obsahovej stránke líšiť. Pri pretváraní modelov slúžil ako vzor model STDCGE, ktorý patrí k vzorovým príkladom v prostredí programu GAMS⁶. Zmeny sa týkali len načítavania a exportu údajov a použitých scenárov. Samotný model ako taký je použitý v pôvodnom tvare. Väčšími zmenami prešiel model VŠEMOR. Pozmenené museli byť niektoré rovnice modelu a asi najväčšia zmena sa týkala zavedenia dvoch typov daní. Rovnako bol poopravený kód modelu vzhľadom na formát vstupných a výstupných údajov.

Na úspešnú tvorbu modelu všeobecnej rovnováhy sú tak ako na každú analýzu potrebné údaje. V prípade CGE modelov treba údaje pred analýzou špecificky usporiadať do takzanej matice sociálneho účtovníctva (SAM – *Social Accounting Matrix*). Táto matica predstavuje vyvážené nominálne toky v rámci ekonomiky danej krajiny alebo zoskupenia v nejakom období, zväčša za rok. Inými slovami predstavuje komplexnú štruktúru zahŕňajúcu všetky transakcie v danej krajine a v danom roku. Matica sociálneho účtovníctva slúži pri modelovaní na výpočet počiatočnej rovnováhy. Riadky takejto matice predstavujú príjmy a stĺpce zodpovedajú výdavkom (princíp input-output). Samozrejmosťou je, že súčty za jednotlivé riadky musia byť rovnaké ako sumy za zodpovedajúce stĺpce (princíp národného účtovníctva). Docieliť to nie je také jednoduché, ako sa zdá, a preto treba zväčša v rámci analýzy vytvoriť aj samostatnú a špecifickú maticu sociálneho účtovníctva. Často však záleží na zameraní analýzy a hlavne na požadovanom stupni agregácie, a preto si skúsení analytici tvoria matice SAM sami či v rámci analytického tímu.

Empirická analýza je závislá od dostupnosti údajov. V tomto prípade boli dostupné údaje za väčšinu európskych krajín a podarilo sa zostrojiť SAM matice za 23 krajín. Primárnym zdrojom bol Eurostat, konkrétnejšie symetrické input-output tabuľky v delení produkt*produkt v bežných cenách v národnej mene vytvorené podľa metódy ESA 95. Posledné celoeurópske kolo tvorby symetrických input-output tabuliek prebehlo v roku 2005. Tabuľky sa tvoria v päťročných intervaloch a tabuľky za rok 2010 neboli v čase písania dostupné. Vzhľadom na komparatívne zameranie predkladanej práce sú tak údaje za rok 2005 posledné dostupné pre väčšinu krajín. Zdrojom údajov, ktoré sa nenachádzali v input-output tabuľkách, boli národné účty jednotlivých krajín. Pôvodné symetrické input-output tabuľky sú rozdelené na desiatky kategórií, ktoré bolo potrebné agregovať. Jednotlivé kategórie sú označené kódmi podľa NACE/CPA a tieto kódy sa tak stali kľúčom pri agregácii údajov počas tvorby matice

SAM. Z pôvodných 59 kategórií s kódmi od 01 po 99 sa stalo desať skupín produktov podľa prvého čísla NACE kódu.

Scenárová analýza predstavuje posledný krok pri získavaní výsledkov prostredníctvom modelu všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy po jeho zostrojení a načítaní hodnôt. Vo všeobecnosti sa CGE modely používajú na sledovanie dopadov rôznych opatrení, takzvaných šokov. Tieto šoky sa analyzujú prostredníctvom scenárov. Výsledky predstavujú percentuálnu zmenu medzi dvoma rovnovážnymi stavmi pred a po zavedení šoku do ekonomiky.

Prvý aplikovaný scenár predstavuje zmenu v podobe zvýšenia príjmov vlády z daní, konkrétne zvýšenia daňového zaťaženia o tri percentá. Táto zmena však nepredstavuje paušálnu zmenu o tri percentuálne body, ale zvýšenie aktuálnej hodnoty o 3 %.

Druhý scenár predstavuje zmenu v marginálnej propenzite domácností k úsporám, tiež nazývanej hraničný sklon k sporeniu. Ide o zápornú zmenu vo výške 3 % a rovnako ako v predchádzajúcom prípade o relatívnu percentuálnu zmenu. Zníženie sklonu domácností k úsporám by malo zvýšiť ich spotrebu, čo by sa mohlo pozitívne prejaviť na produkcii sledovaných krajín.

Tretí scenár predstavuje jednoduché spojenie prvých dvoch scenárov, ide o súčasné zvýšenie plošného daňového zaťaženia a zníženie marginálnej propenzity domácností k úsporám, v oboch prípadoch zhodne o 3 %. Využitie jednotlivých scenárov na komparatívnu analýzu je nevyhnutné, keďže je to jediný spôsob, ako porovnať výsledky získané rôznymi postupmi medzi sebou.

KOMPARATÍVNA ANALÝZA

Porovnanie jednotlivých krajín prostredníctvom scenárov bude skôr vizuálne než kvantitatívne. Na prezentáciu výsledkov sú použité kartogramy⁷ namiesto tabuliek. Choropletické mapy a kartogramy predstavujú grafický spôsob porovnania kvantitatívnych údajov na mape a sú vhodné na vizualizáciu komparatívnej analýzy viacerých krajín. V našom prípade pôjde o mapu Európy a jednotlivé údaje budú predstavovať dopady šokov na vybrané oblasti prezentované vyfarbením danej krajiny.

Jedným z nepríjemných zistení v rámci analýzy bola nevhodnosť modelov na sledovanie šokov v niektorých krajinách. Pôvodným zámerom bolo analyzovanie čo najväčšieho počtu krajín. Z dostupných údajov sa však nepodarilo vytvoriť zodpovedajúce matice SAM pre všetky krajiny a v prípade modelu VŠEMOR2 sa ukázali ďalšie dve krajiny ako nevhodné na analýzu bez ďalších úprav. Model tak poslužil na komparatívnu analýzu 21 európskych krajín. Horšie na tom bol model STDCGE, ktorý poskytoval výsledky len za 14 krajín, z ktorých ešte jedna vypadla a v prípade viacerých je riešenie len prípustným či lokálne optimálnym. Je to spôsobené použitím modelu v pôvodnom tvare bez úprav na špecifiká jednotlivých krajín.

3 Pri modeloch všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy sa zavádza pojem spotreba investícií. Je to vyvolané potrebou zaviesť dynamický prvok v podobe investícií do statického modelu. Oba predstavované modely využívajú prístup prostredníctvom virtuálneho agenta, ktorý zoskupuje zdroje domácností, vlády a zahraničia a spotrebuje ich na nákup investičných statkov.

4 VŠEMOR2 (Všeobecný MOdel Rovnováhy) zostrojený na Vysokej škole ekonomickej v Prahe je druhým evolučným stupňom pôvodného modelu. Samotný model a jeho kód vychádza okrem iného z prác [7], [11], [20].

5 STDCGE (STanDard Computable General Equilibrium Model) je viacsektorový model otvorenej ekonomiky vytvorený N. Hosoem, podrobne opísaný v [7].

6 GAMS – General Algebraic Modeling System, čiže všeobecný algebraický modelovací systém. Program je vysokoúrovňovým modelovacím systémom určeným na matematickú optimalizáciu. Umožňuje zápis rovníc v algebraickom tvare a ich riešenie niektorým zo zabudovaných solverov.

7 Na vytvorenie kartogramov bola použitá služba MAPresso.com – Adrian Herzog (2003): MAPresso, Zürich (<http://www.mapresso.com>).



Prvé dva kartogramy (obr. 1 a 2) zobrazujú dopady prvého scenára prostredníctvom oboch použitých modelov. Sledovanou je najzaujímavejšia oblasť vzhľadom na aplikovaný scenár. Kartogramy tak zodpovedajú percentuálnej zmene v celkovej spotrebe vlády spôsobenej šokom v podobe zvýšenia daní o tri percentá. Za krajiny, ktoré nie sú zvýraznené, príslušný model neposkytol relevantné údaje.

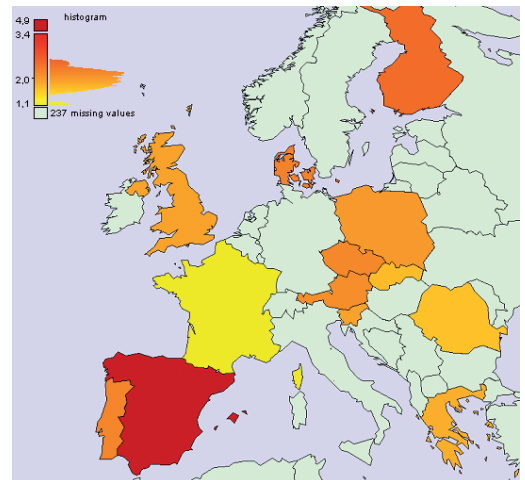
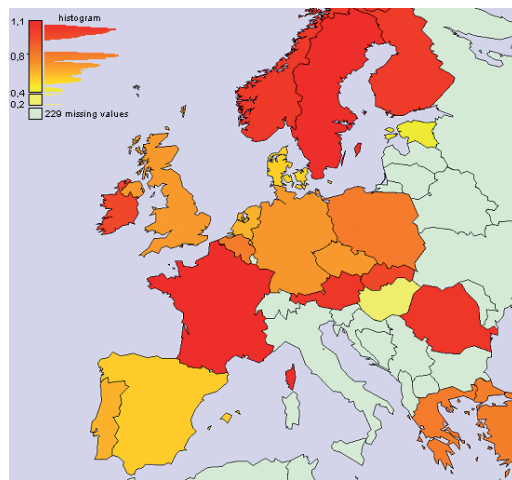
Prvý pohľad na obrázky naznačuje nesúlad v počte analyzovaných krajín, čo je vysvetlené vyššie. Pri druhom pohľade vidno odlišnosti v mierke predstavujúcej farebnosť zodpovedajúcu percentuálnym dopadom na jednotlivé krajiny. Ide o zámer, keďže to umožní relativizovať jednotlivé odchýlky medzi modelmi a výsledky sú tak navzájom porovnateľné. Najtmavšia farba je vo všetkých prípadoch spojená s najväčším dopadom a jeho veľkosť je vždy v relatívnom vzťahu k daným výsledkom.

Zvýšenie daní sa na celkovej spotrebe vlády prejavilo v oboch prípadoch pozitívne, no me-

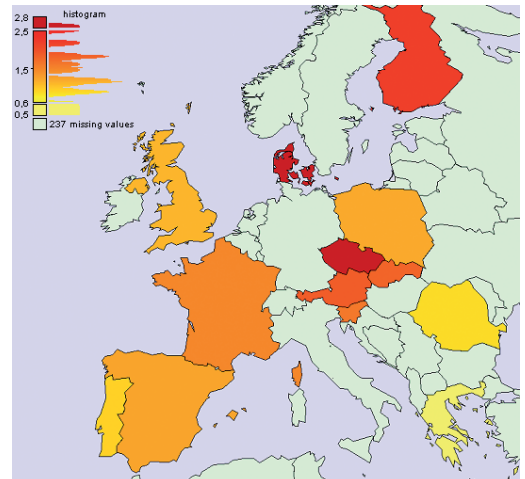
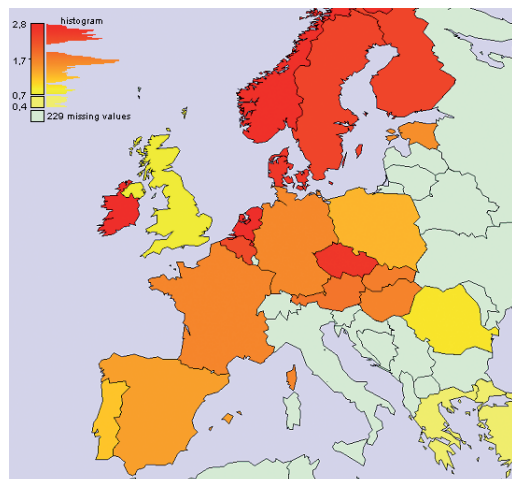
dzi modelmi odlišne. Pri prvom modeli výrazne vystupujú severské krajiny na čele so Švédskom (1,09 %) a pri druhom sa výrazne odlišujú krajiny z Pyrenejského polostrova spolu s Fínskom (2,49 %). Stredoeurópske krajiny sú v oboch prípadoch akosi v strede, nijako nevynikajú, no ani nezapadajú. Podobný výsledok je aj v prípade Veľkej Británie (1,92 %).

Ďalšia dvojica kartogramov (obr. 3 a 4) zodpovedá opäť najsledovanejšej oblasti pri druhom scenári. Sledujeme dopady šoku v podobe zníženia marginálnej propenzity domácností k sporeniu na ich celkovú spotrebu. Pri prvom modeli sa zmena v sklone domácností k sporeniu na ich spotrebe prejavila najvýraznejšie opäť v severských krajinách a smerom na juh sa znižovala, pričom najnižšie hodnoty dosiahla v Grécku (0,35 %) a Turecku (0,57 %). Pri analýze prostredníctvom druhého modelu je stav podobný. Spotreba opäť vzrástla najviac v prípade severských domácností a najmenej v Grécku (0,54 %). V oboch prípadoch sa domácnosti v Českej republike správali analo-

Obr. 1 a 2 Kartogramy dopadov prvého scenára na zmenu v celkovej spotrebe vlády pre modely VŠEMOR2 (vľavo) a STDCGE



Obr. 3 a 4 Kartogramy dopadov druhého scenára na zmenu v celkovej spotrebe domácností pre modely VŠEMOR2 (vľavo) a STDCGE





gicky ako severské. Krajiny na juhozápade kontinentu sú pre oba použité modely farebne zhodné, čo zodpovedá relatívne zhodnému správaniu domácností pri oboch modeloch.

Tretia dvojica obrázkov znázorňuje dopady tretieho scenára na celkovú spotrebu domácností a na celkovú spotrebu vlády. Tretí scenár zavádza do ekonomiky dva šoky v podobe zvýšenia daní a súčasného zníženia sklonu domácností k sporeniu. Kartogramy na obr. 5 a 6 porovnávajú dopady tohto scenára tak, že jednotlivé údaje sú za dané oblasti sčítané. Znázorňujú tak súčasný dopad dvoch šokov na dve oblasti.

Prvý model poskytuje aj v tomto prípade obdobné výsledky ako pri predchádzajúcich dvoch scenároch. Severské krajiny reagujú na zavedené šoky v ekonomike najcitlivejšie a smerom na juh sa percentuálne zmeny v spotrebe znižujú. Druhý model poskytol opäť očakávané výsledky. Fínsko (7,28 %) s Dánskom (4,09 %) zastupujúce severské krajiny reagujú najcitlivejšie a smerom na juh sa citlivosť znižuje. Výnimku tvorí v tomto prípade Španielsko (6,21 %), ktorého vysoké hodnoty sú spôsobené vysokou citlivosťou spotreby vlády na zvýšenie daní a tým aj jej príjmov. Za povšimnutie tiež stojí vo všetkých prípadoch veľmi podobná reakcia Dánska a Českej republiky.

ANALÝZA CITLIVOSTI

Overenie správnosti a kvality získaných výsledkov sa vykonáva pri CGE modeloch prostredníctvom analýzy citlivosti. Vzhľadom na statickosť modelov to predstavuje akúsi alternatívu k intervalom spoľahlivosti. Analýza citlivosti umožňuje analytikovi lepšie spoznať model, pochopiť jeho fungovanie a umožní mu očakávať a predvídať správanie v rôznych situáciách vzhľadom na kalibráciu aj na použité scenáre. Analýza citlivosti získaných výsledkov sa vykonávala viacerými smermi. Prvý predstavuje použitie ekonometrických odhadov vybraných kalibrovaných parametrov. Druhý zodpovedá ohraničenej, čiastočne podmienenej systematickej analýze citlivosti výsledkov modelu na

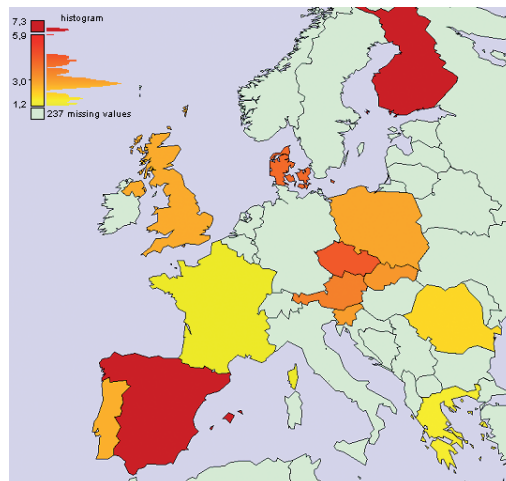
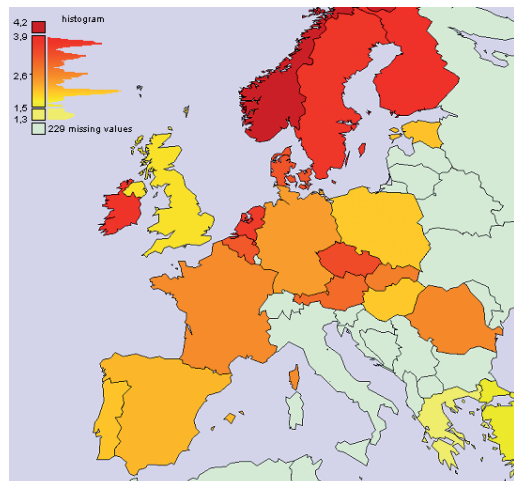
kalibrované hodnoty. Tretí smer sa zaoberá analýzou citlivosti na zvolenú veľkosť šoku a štvrtý na spôsob výpočtu lokálne optimálneho riešenia.

Ekonometrický odhad vybraných kalibrovaných parametrov predstavuje jeden zo spôsobov kalibrácie CGE modelu. Pri modeloch všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy je potrebné zadať viacero hodnôt parametrov – kalibrovať ich. Vo väčšine prípadov sa kalibrácia vykonáva expertným odhadom alebo na základe publikovaných štúdií. Ekonometrické odhady sú zriedkavé, čo je spôsobené najmä problematickým získaním vhodných údajov. Niekedy však ani nie je potrebné kalibrovať prostredníctvom ekonometrických odhadov, keďže model a jeho výsledky sú málo citlivé na kalibrované hodnoty. Ekonometrický odhad rovníc je zameraný na rovnice použité v modeli VŠEMOR2 a údaje za Českú republiku, konkrétne ide o produkčné funkcie Cobba-Douglassa a o funkcie CES a CET.

Na základe ekonometrických odhadov sa vo všetkých prípadoch s jedinou výnimkou dosahujú pri CDPF klesajúce výnosy z rozsahu. Výsledky odhadov produkčných funkcií CES/CET modelujúcich zahraničný obchod priniesli výbornú zhodu ekonometrických odhadov prostredníctvom prierezových údajov a pôvodne kalibrovaných hodnôt. Kalibrácia v tomto prípade prebiehala externe, keďže model VŠEMOR2 nenačítava tieto údaje, ale očakáva ich externú špecifikáciu. Zdrojom odhadov boli v tomto prípade štúdie [1], [5], [6] a [10], ktoré síce neboli zamerané na Českú republiku, no poskytovali odhady parametrov daných funkcií. Dobré môže poslúžiť aj [14] s odhadmi za krajiny V4.

Analýza citlivosti na kalibrované hodnoty je logickým pokračovaním a rozšírením časti zameranej na ekonometrické odhady. Prostredníctvom ekonometrických odhadov sme sa snažili odhadnúť veľkosť kalibrovaných parametrov a tým zabezpečiť čo najlepší súlad modelu so skutočnosťou. Analýza citlivosti na kalibrované hodnoty dokáže odpovedať na otázku, či je vôbec potrebné snažiť

Obr. 5 a 6 Kartogramy dopadov tretieho scenára na zmenu v celkovej spotrebe vlády a v celkovej spotrebe domácností pre modely VŠEMOR2 (vľavo) a STDCGE



Literatúra

- Boys, K. A.; Florax, R. J. G. M.: Meta-Regression Estimates for CGE Models: A Case Study for Input Substitution Elasticities in Production Agriculture. In: *Selected Paper prepared for presentation at the American Agricultural Economics Association Annual Meeting*, Portland, OR, 2007.
- Brooke, A., et al.: GAMS: the solver manuals. Washington, DC, GAMS Development Corporation, 2012.
- Burfisher, M. E.: Introduction to Computable General Equilibrium Models. Cambridge University Press, 2011.
- Clockburn, J., et al. (ed.): Trade Liberalization and Poverty: A CGE Analysis of the 1990s Experience in Africa and Asia, 2008, 51.
- Gallaway, M. P.; McDaniel, Ch. A.; Rivera, S. A.: Short-run and long-run industry-level estimates of US Armington elasticities. *The North American Journal of Economics and Finance*, 2003, 14.1: 49-68.
- Hertel, T. et al.: How confident can we be of CGE-based assessments of Free Trade Agreements?. *Economic Modelling*, 2007, 24.4: 611-635.
- Hosoe, N., Gasawa, K., Hashimoto, H.: Textbook of Computable General Equilibrium Modeling: Programming and Simulations. Palgrave MacMillan, 2010.
- Kim, S. R.: Uncertainty, political preferences, and stabilization: Stochastic control using dynamic CGE models. *Computational Economics*, 2004, 24.2: 97-116.



9. Křístková, Z.: Simulace dopadu nástrojů zemědělské politiky na českou ekonomiku v kontextu obecné rovnováhy. Dizertačná práca, PEF CZU, Praha, 2009.
10. Okagawa, A; Ban, K.: Estimation of substitution elasticities for CGE models. *Discussion Papers in Economics and Business*, 2008, 16.
11. Pániková, L.: Alternatívne uzávěry CGE modelov. Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2007.
12. Sancho, F.: Double dividend effectiveness of energy tax policies and the elasticity of substitution: A CGE appraisal. *Energy Policy*, 2010, 38.6: 2927-2933.
13. Sixta, J, Fischer, J, Zbránek, J.: Regional Input-Output Tables. In: *Mathematical Methods in Economics (MME2014)*. Olomouc, 10. 9.2014 – 12. 9.2014. Olomouc : Palacký University in Olomouc, 2014.
14. Szomolányi, K., Lukáčik, M., Lukáčiková, A.: Estimation of the Production Function Parameters in V4 Economies. In: *Mathematical Methods in Economics 2013*. Jihlava: College of Polytechnics Jihlava, 2013, s. 898-903.
15. Školuda, V.: Comparison of V4 economies using CGE model. In: *Mathematical Methods in Economics 2013*. Jihlava: College of Polytechnics Jihlava, 2013, s. 808-813.
16. Školuda, V.: Possibilities of computable general equilibrium techniques for analysis of the impact of select government policies using the CGE model of the Czech Republic. Karviná. In: *Mathematical Methods in Economics 2012*. Opava : University in Opava, 2012, s. 879-884.
17. Školuda, V., Princ P.: Demonstration of the Use of CGE Model for Comparative Analysis of European Economies. Paris 29.10.2013 – 31.10.2013. In: *Communication in Innovation and Academic Globalization*.
18. Školuda, V.: Comparative sensitivity analysis of CGE model results obtained by different model formulations. In: *Mathematical Methods in Economics (MME2014)*. Olomouc, 10. 9.2014 – 12.09.2014. Olomouc : Palacký University in Olomouc, 2014, s. 902-907.
19. Thiele, R; Wiebelt, M.: Modeling deforestation in a computable general equilibrium model. Kiel Working Papers, 1993.
20. Vojteková, M.: Analýza zmien dôchodkového systému pomocou CGE modelov. Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2009.
21. Wigle, R. M.: The Pagan-Shannon approximation: Unconditional systematic sensitivity in minutes. *Empirical Economics*, 1991, 16.1: 35-49.
22. Xiao, J, Wittwer, G.: Will an Appreciation of the Renminbi Rebalance the Global Economy?: A Dynamic Financial CGE Analysis. Monash University, Centre of Policy Studies and the Impact Project, 2009.

sa presne kalibrovat' hodnoty a na aké hodnoty sa zamerat'. Pokial' totiž výsledky nie sú citlivé na kalibrované hodnoty, nie je potrebné tieto hodnoty presne odhadovať. Treba si dať pozor na to, či sú výsledky citlivé alebo či sa niekde nachádza interval kalibrovaných hodnôt, na ktoré sú výsledky citlivé.

Prístupy k analýze citlivosti kalibrovaných hodnôt sú rôzne. Vychádzajú predovšetkým z rozmerov modelu a z výpočtovej náročnosti samotnej analýzy, keďže sa pri nej rieši zakaždým model nanovo so zmeneným súborom kalibrovaných hodnôt. Jedno z delení vychádza z prístupu autora k samotnej analýze citlivosti a v upravenej podobe je použité aj v tejto práci. Podľa [21] delíme analýzu citlivosti na ohraničenú analýzu citlivosti (LSA – *Limited Sensitivity Analysis*), podmienenú systematickú analýzu citlivosti (CSSA – *Conditional Systematic Sensitivity Analysis*) a nepodmienenú systematickú analýzu citlivosti (USSA – *Unconditional Systematic Sensitivity Analysis*). Podľa tohto delenia sa vykonáva čiastočne podmienená systematická analýza citlivosti. Postupne sa menia vždy dvojice kalibrovaných hodnôt v rozmedzí veľkostí zodpovedajúcich obmedzeniam na základe ekonomickej teórie. Tento postup sa aplikoval na všetky analyzované krajiny prostredníctvom oboch modelov pri všetkých scenároch.

Výsledky ukázali vyššiu citlivosť výsledkov získaných modelom VŠEMOR2 na kalibrované hodnoty ako v prípade modelu STDCGE, pri ktorom si zaslúži pozornosť minimálna až nulová citlivosť modelu na kalibrované hodnoty. Z praktického hľadiska je to výhodný stav, keďže sa v podstate nemusíme zaoberať externou kalibráciou, keď pre akékoľvek hodnoty dáva model rovnaké výsledky. Teoretický pohľad už nie je taký priaznivý. Stačí si uvedomiť, že v rámci analýzy citlivosti sa menili parametre substitúcie a transformácie zahraničných a domácich tovarov. Dalo by sa predpokladať, že takéto zmeny sa prejavia na spotrebe alebo aspoň v oblasti zahraničného obchodu, no nestalo sa tak. V prípade analýzy založenej na modeli VŠEMOR2 stojí za zmienku predovšetkým prítomnosť zlomu a extrémov v blízkosti literatúrou odporúčaných hodnôt pre kalibráciu. Tak ako pri komparatívnej analýze, aj pri analýze citlivosti sa severské krajiny správali podobne.

Analýza citlivosti modelu na veľkosť šoku sa pri oboch modeloch neodchýlila od ekonomických predpokladov. V oboch prípadoch prinieslo zvýšenie daní zvýšenie vládnej spotreby a zníženie sklonu domácností k sporeniu zvýšenie ich celkovej spotreby. Pri modeli STDCGE vládna spotreba reagovala pri prvom scenári citlivejšie a spotreba domácností reagovala v prípade druhého scenára pri oboch modeloch približne rovnako.

Analýza citlivosti výsledkov na spôsob riešenia vychádza z možnosti riešiť modely všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy viacerými postupmi. V prostredí programu GAMS je možné tieto modely riešiť tromi spôsobmi, pričom každý z nich má svoje výhody a nevýhody. Prvým analyzovaným spôsobom riešenia je formulovanie mo-

delu v tvare úlohy nelineárneho programovania (NLP – *Nonlinear Programming*). Úloha má v tomto prípade umelú účelovú funkciu a ohraničieniami sú všetky rovnice modelu. Model možno riešiť viacerými algoritmami, ktoré sú podrobnejšie opísané v [2]. Použitý program GAMS umožňuje riešiť úlohu NLP prostredníctvom riešiteľov – solverov CONOPT, MINOS a SNOPT. Druhým je formulácia modelu ako nelineárnej sústavy s ohraničeniami (CNS – *Constrained Nonlinear System*), kde je model v štvorcovom tvare, a obdobne v treťom prípade preformulovaním na zmiešanú úlohu o komplementarite (MCP – *Mixed Complementarity Problem*).

Výsledky naznačili vyššiu citlivosť modelu VŠEMOR2 na zvolený spôsob riešenia a v prípade riešenia prostredníctvom NLP aj na výber riešiteľa. Pri modeli STDCGE to bolo trochu inak. Model ako taký je málo citlivý na výber spôsobu riešenia, no riešenie málokedy dáva dobrý výsledok. Inými slovami, pokiaľ už dostaneme výsledok, tak sa medzi spôsobmi riešenia líši minimálne. Zaujímavým výsledkom boli odlišnosti medzi riešeniami získanými pre rôzne solvery pri riešení modelu VŠEMOR2 prostredníctvom NLP. Výsledky vyzerali, akoby jednotliví riešitelia zastávali odlišné ekonomicke teórie. Môže to byť čiastočne spôsobené nekonvexnosťou množiny riešení, ktorú si možno predstaviť ako viacrozmerného morského ježka, nachádzajúceho sa v akejsi bubline predstavujúcej ekonomicke obmedzenia modelu, pričom ešte bublina môže byť menšia ako ježko a niektoré riešenia sú tak neprípustné.

Ďalším záverom môže byť odporúčanie na konštrukciu CGE modelov. Vzhľadom na počet a najmä komunikatívnu riešiteľov je na úvod dobré konštruovať model ako úlohu NLP. Solvery sú v tomto prípade veľmi komunikatívne a akýkoľvek problém s modelom nie je náročné nájsť a opraviť. Hotový model je následne vhodné preformulovať na úlohu MCP alebo CNS z viacerých dôvodov. Prvým a pri rozmernejších modeloch asi najdôležitejším je rýchlosť výpočtu. Tá je pri NLP akceptovateľná pri bežnej analýze, no pre kvalitnú analýzu citlivosti modelu už nevyhovuje. Tu sa skutočne prejavia rozdiely v rýchlosti výpočtu. Ďalším, pre analytika trochu alibistickým dôvodom je nemožnosť pochybovať o výsledkoch, keď riešitelia dávali pri NLP odlišné, no matematicky rovnako dobré výsledky. Pri MCP a CNS je možné riešiť úlohy viacerými riešiteľmi, no tí fungujú skôr komplementárne – kde jeden zlyhá, druhý dokáže nájsť výsledok. Potvrdilo sa to aj v našom prípade, keď CONOPT nedokázal úlohu vyriešiť a solver PATH si s nimi poradil.

ZÁVER

Počas vypracúvania dizertačnej práce vzniklo viacero príspevkov [15], [16], [17] a [18] z oblasti CGE modelov. Možným ďalším pokračovaním je obdobná komparatívna analýza na aktuálnejších údajoch, analýza založená na neagregovaných údajoch alebo na regionálnych input-output tabuľkách [13].