NÁRODNÁ BANKA SLOVENSKA

Ing. Michal Benčík

Konštrukcia experimentálneho modelu všeobecnej ekonomickej rovnováhy a jeho vlastnosti

Národná banka Slovenska
Inštitút menových a finančných štúdií
Bratislava 2001

Konštrukcia experimentálneho modelu všeobecnej ekonomickej rovnováhy a jeho vlastnosti

Ing. Michal Benčík

Bratislava 2001

Názory, stanoviská a závery uvedené v tomto materiáli sa nemusia bezpodmienečne zhodovať s názormi Národnej banky Slovenska.

Obsah

Úvod

Modely všeobecnej ekonomickej rovnováhy sú trieda matematických modelov, ktoré opisujú hospodárstvo na mikro- i makroúrovni. Sú dezagregované na odvetvia a obsahujú z teoretického hľadiska konzistentné a exaktné kritériá alokácie zdrojov. Tento teoretický koncept sa premietol do tvorby modelov spočítateľnej rovnováhy (Computable General Equilibrium – CGE modely). Tieto sa preto od začiatku šesťdesiatych rokov používajú na simuláciu vplyvu rôznych zmien na štruktúru výroby a cien. Meniť sa môžu vonkajšie premenné (napríklad dovozné ceny) alebo parametre ekonomického systému (napr. sadzby nepriamych daní).

Model, ktorý v tejto práci opisujeme, je zovšeobecnením štruktúrnej bilancie národného hospodárstva. Podrobne opisujeme úpravu východiskových údajov, konštrukciu jeho rovníc a výpočty, ktoré sme vykonali na jeho verifikáciu, ako aj výsledky výpočtov.

Práca sa člení na tri časti. Prvá časť stručne popisuje niektoré predpoklady a spôsob fungovania a praktické aspekty tvorby modelov CGE. Táto časť je však len veľmi stručným úvodom do tejto oblasti a má za cieľ uľahčiť čitateľovi porozumenie prezentovaného modelu. V druhej časti opíšeme použité údaje, ich úpravu a konštrukciu použitého modelu. V tretej časti prezentujeme výsledky simulácie. V prílohe prezentujeme príkazový súbor v jazyku GAMS.

Sme si vedomí, že prezentovaný model má ďaleko k dokonalosti. Takýto prvý krok však považujeme za prospešný ako príspevok do diskusie o vplyvoch cien surovín a ako námet na ďalšie zdokonalenie.

Ďakujem prof. Dr. Gerhardovi Schwödiauerovi a DiplWw. Torstenovi Königovi z univerzity v Magdeburgu za to, že mi umožnili dozvedieť sa viac o týchto modeloch a pracovať na nich.

1. Predpoklady a vlastnosti modelov všeobecnej ekonomickej rovnováhy

1.1. Modely všeobecnej ekonomickej rovnováhy a CGE modely

Toto odvetvie matematického modelovania ekonomiky sa začalo rozvíjať po teoretických prácach, ktoré v päťdesiatych rokoch uverejnili Arrow a Debreu. Rozvinuli Walrasovu teóriu previsu dopytu a vytvorili teoretický koncept, ktorý syntetizuje teóriu výrobcu, teóriu spotrebiteľa a teóriu trhovej rovnováhy. Znamená to, že výrobcovia maximalizujú zisky na množine výrobných možností, spotrebitelia maximalizujú užitočnosť na svojom rozpočtovom ohraničení a súčasne sa dopyt po jednotlivých statkoch dá kryť ponukou týchto statkov. Matematicky sa dá tento problém zapísať ako úloha nelineárneho programovania, kde sa maximalizuje vážený súčet užitočností spotrebiteľov. Ceny tovarov potom zodpovedajú tieňovým cenám pre bilancie dopytu a ponuky na jednotlivých trhoch (Negishiho formát modelu všeobecnej ekonomickej rovnováhy[1]).

Tento prístup je oveľa zložitejší ako parciálna analýza jednotlivých trhov, pretože dopyt a ponuka na jednom trhu závisia aj od cien na iných trhoch. Napríklad pri zmene technológie pri výrobe istého statku sa zmenia množstvá a ceny nielen pri tomto statku, ale aj na iných, pravdepodobne všetkých trhoch (výnimku tvoria prípady s komplementárnymi produkčnými funkciami a pevnými podielmi jednotlivých tovarov na celkovej spotrebe, vlastne input-output modely).

V praxi sa modely všeobecnej ekonomickej rovnováhy obvykle konštruujú ako CGE modely. Pri CGE modeloch sa nepostupuje tak analyticky, ako napr. pri Negishiho formáte. Model vzniká ako formalizovaný popis matice spoločenského účtovníctva alebo input-output tabuľky, pričom sa namiesto jednoduchých predpokladov linearity (ktoré zodpovedajú komplementárnym produkčným funkciám) zavádzajú dopytové funkcie odvodené zo substitučných produkčných funkcií (CES alebo Cobb-Douglasovej), funkcie dopytu po tovaroch odvodené z funkcie užitočnosti a iné vzťahy, konštruované podobne ako v ekonometrických modeloch (rovnice pre dane ap.).

Po určení štruktúry modelu sa za parametre dosadzujú konkrétne hodnoty – model sa kalibruje. Opäť sa vychádza z dostupných údajov. Ak ako produkčnú funkciu použijeme Cobb-Douglasovu funkciu s konštantnými výnosmi z rozsahu, input-output koeficienty sa

---

[1/] bližšie napr. Ginsburgh – Keyzer (1997).

môžu použiť aj ako elasticity pre príslušný faktor alebo medziodvetvový tok. Pri CES funkciách treba elasticitu substitúcie vypočítať z dopytových funkcií pomocou regresie časových radov, alebo zadať expertne. Výpočty parametrov predpokladajú optimálny stav v referenčnom období (v roku, za ktorý bola zostavená matica spoločenských účtov).

Z povahy použitých údajov vyplýva, že tieto modely sú väčšinou statické. Je ich síce možno dynamizovať, napr. pomocou tvorby kapitálu, ale tu sa naráža na nedostatok údajov a zvyšujúcu sa komplexnosť výpočtov. Model sa obvykle upraví na štvorcový systém nelineárnych rovníc (koľko rovníc toľko neznámych) „uzavretím“ (closure) modelu – niektoré premenné sa deklarujú ako exogénne, prípadne sa do modelu zavedú ďalšie ohraničenia. Voľbou exogénnych premenných možno artikulovať svoje ekonomické hypotézy a určiť charakter simulácií.

Modely všeobecnej ekonomickej rovnováhy sa v dôležitých aspektoch tvorby a použitia líšia od viacrovnicových ekonometrických modelov. Typický ekonometrický model vychádza z analýzy časových radov, pričom okrem ekonomického hľadiska sú dôležité najmä štatistické postupy. Obvykle nepredpokladá striktnú platnosť Sayovho zákona, Walrasovho zákona a bezpodmienečnú racionalitu a optimalitu správania sa. Veľká pozornosť sa však venuje časovému rozloženiu vplyvov a vývoju v čase vôbec. Pri simuláciách sa obvykle používa ako sústava diferenčných rovníc, pričom sa menia celé časové rady exogénnych premenných a sledujú sa krátkodobé i dlhodobé efekty. V typických modeloch všeobecnej ekonomickej rovnováhy sa predpokladá dokonalá racionalita všetkých subjektov, optimalizačné správanie, neexistencia transakčných nákladov a súčasne splnenie bilančných rovníc. Predpokladá sa, že veličiny sa prispôsobia okamžite, avšak prispôsobovacie mechanizmy sa obvykle explicitne nevyjadrujú[2]. Väčšina parametrov sa získa jednoduchou transformáciou vstupných údajov, ktoré sa obvykle viažu len na jedno obdobie. Model má formu sústavy nelineárnych rovníc, väzby medzi premennými sú spravidla oveľa silnejšie ako v ekonometrických modeloch. Exogénne premenné majú len jednu hodnotu v čase a cieľom simulácie je určiť nový rovnovážny stav, nie priebeh veličín v čase.

[2] V teórii sa niekedy interpretuje rovnovážny stav ako výsledok nasledujúceho iteratívneho procesu: Majme nejaké východiskové hodnoty vektora cien produkcie a primárnych faktorov (s ktorými však budeme pracovať ako s ostatnými komoditami). Tieto ceny dosadíme do funkcií ponuky a dopytu na jednotlivých trhoch a spočítame previs dopytu nad ponukou, pričom do tejto započítame aj konštantné začiatočné zásoby komodít. Potom podľa špeciálneho vzťahu (pozri napr. Ginsburgh – Keyzer) upravíme relatívne ceny tak, že relatívne ceny na trhoch, kde je dopyt vyšší ako ponuka, sa zvýšia a ostatné relatívne ceny sa znížia. Tieto ceny dosadíme naspäť do funkcií ponuky a dopytu a postup opakujeme. Ak sa na dvoch po sebe idúcich iteráciách ceny nezmenia, znamená to, že všetky trhy sú v rovnováhe. Tento proces sa nazýva tâtonement. Pri praktických výpočtoch sa však nepoužíva, lebo často končí v nekonečnom cykle. Používané metódy na riešenie CGE modelov nemajú takúto elegantnú ekonomickú interpretáciu.

Modely spočítateľnej všeobecnej rovnováhy (CGE) majú oveľa bližšie k input-output modelom. Presnejšie, input-output modely sú obdobou modelov CGE, v ktorej sú produkčné funkcie i funkcia užitočnosti komplementárne. Pevné podiely jednotlivých veličín v input-output modeli na jednej strane uľahčujú jeho interpretáciu a simulačné použitie, na druhej strane to je však silný predpoklad, ktorý pôsobí niektoré diskrepancie medzi správaním sa input-output modelu a ekonomickou realitou. Za najvážnejší problém považujeme nezávislosť množstiev vyrábaných a spotrebovaných komodít od relatívnych cien v input-output modeli. V modeloch ceny i množstvá spolu súvisia.

1.2. Vlastnosti riešenia modelov všeobecnej ekonomickej rovnováhy

Za určitých všeobecných predpokladov je dokázané, že riešenia (rovnovážne body) horeuvedenej úlohy sú nedominované a za podobných predpokladov je dokázané, že pokiaľ existujú nedominované riešenia, sú to optimálne riešenia tejto úlohy (prvá a druhá veta o blahobyte). Pri použití substitučných produkčných funkcií a diferencovateľnej funkcie užitočnosti všeobecne platí, že ceny tovarov sú priamo úmerné ich hraničnej užitočnosti a ceny výrobných faktorov sú priamo úmerné hraničnému produktu v hodnotovom vyjadrení (súčinu ceny vyrábaného produktu a hraničného produktu príslušného faktora).

Ceny faktorov nie sú absolútne ale relatívne – všeobecná cenová hladina sa vo väčšine jednoduchých statických CGE modelov neskúma. Buď sa určí komodita, ktorá má stále jednotkovú cenu, alebo sa vektor cien normuje. Súvisí to s tým, že optimalizačné úlohy spotrebiteľa i výrobcu závisia iba od relatívnych cien. V dynamických modeloch však možno zaviesť Philipsovu krivku a porovnávať cenovú hladinu v čase (Fraczek – Szafranski – Źiólkiewski).

Teória sa sústreďuje na existenčné dôkazy, t. j. že model s určitými typmi produkčných funkcií a funkcií užitočnosti má riešenie. Menej pozornosti sa venuje faktu, že týchto riešení môže byť viac. Zdá sa, že riešení je pri tej istej štruktúre tým viac, na čím viac komodít sa model dezagreguje. Riešenia bývajú izolované body – v priestore komodít netvoria žiadnu súvislú oblasť. Môžu sa od seba značne líšiť, čo znižuje vypovedaciu hodnotu modelu. Je totiž veľmi ťažké určiť, ku ktorému z riešení by modelovaná ekonomika konvergovala. V našom prípade sme vybrali riešenie, ktoré najviac vyhovovalo očakávaniam vyplývajúcim z povahy simulácií (ponukový šok). Tým sa však do exaktného výpočtu dostala značná dávka subjektivizmu. V parciálnej analýze trhu sa rozlišujú stabilné a nestabilné rovnováhy podľa toho, či sa po dočasnom šoku systém vracia do predchádzajúceho stavu alebo nie. Stabilné rovnováhy sú z nášho hľadiska zaujímavejšie. V našej situácii sme od tejto metódy upustili pre veľkú matematickú komplexnosť modelu. Ešte lepšie by bolo určiť transmisný mechanizmus, akým sa modelované hospodárstvo dostane k novej rovnováhe. To nám však náš malý model neumožňuje – naviac by sme ho nejakým spôsobom museli dynamizovať.

2. Experimentálny model pre SR

2.1. Použité údaje a ich úprava

Použili sa výlučne údaje z Komoditno-odvetvových tabuliek za rok 1996. Tieto tabuľky sú konštruované asymetricky. Riadky matice medzispotreby, konečnej spotreby a tabuľky prevodu z bázických cien na kúpne ceny zodpovedajú komoditám. Naproti tomu stĺpce matice medzispotreby a matice pridanej hodnoty zodpovedajú odvetviam. Na model však potrebujeme symetrickú tabuľku – aby riadky aj stĺpce obsahovali ukazovatele za odvetvia.

Maticu sme transformovali viac-menej postupom popísaným v knihe Dixon a kol. (1992). Maticu medzispotreby, maticu finálneho dopytu, maticu prevodu cien so záporným znamienkom a dovoz so záporným znamienkom sme zoradili za seba, čím sme dostali jednu veľkú maticu, ktorej riadky zodpovedali komoditám. Z tabuľky dodávok sme vypočítali maticu podielov tak, že sme prvky tabuľky dodávok vydelili ich riadkovou sumou. Prvky tejto matice udávajú, akú časť z i-tej komodity produkuje j-té odvetvie (riadky zodpovedajú komoditám, stĺpce odvetviam). Touto maticou sme zľava vynásobili maticu, ktorú sme poskladali z medzispotreby, finálneho dopytu atď. Z matematického hľadiska sme utvorili konvexnú kombináciu riadkov pôvodnej matice. Z ekonomického hľadiska sme zaviedli predpoklad pevných podielov odvetví na produkcii jednotlivých odvetví. S maticou pridanej hodnoty sme (na rozdiel od literatúry) nijako nemanipulovali. Takto sme dostali input-output tabuľku, v ktorej boli riadkové i stĺpcové sumy rovné hrubej produkcii príslušného odvetvia v základných cenách. Stĺpce zodpovedajúce prevodu cien a dovozu sme potom odstránili z oblasti finálneho dopytu a po transpozícii sme ich vložili k zložkám pridanej hodnoty. Takto sme dostali vybilancovanú input-output tabuľku produkcie pre kúpne ceny.

Takto symetrizovanú input-output tabuľku sme agregovali pomocou agregačnej matice. Agregačná matica mala deväť stĺpcov zodpovedajúcich deviatim veľkým skupinám a päťdesiat riadkov zodpovedajúcich použitej klasifikácii OKEČ, fiktívnej jednotky a riadku pre prevod z FOB do CIF. Ak i-té odvetvie OKEČ patrilo do j-tej skupiny, agregačná matica na tomto mieste obsahovala jednotku, inak obsahovala nuly.

Odvetvia OKEČ sme do skupín rozdelili takto:

Skupina 1: Poľnohospodárstvo a ťažba (OKEČ 1 až 14)
Skupina 2: Ťažký priemysel (OKEČ 15-27 a 37)
Skupina 3: Ľahký priemysel (OKEČ 28 až 36)
Skupina 4: Energia, voda, doprava (OKEČ 40, 41, 60 až 64, 90)
Skupina 5: Stavebníctvo (OKEČ 45)
Skupina 6: Obchod (OKEČ 50 až 55)
Skupina 7: Peňažníctvo a poisťovníctvo (OKEČ 65 až 67)
Skupina 8: Iné trhové služby (OKEČ 70 až 74, 92, 93, 95)
Skupina 9: Netrhové služby (OKEČ 75 až 85)

Touto maticou sme sprava vynásobili maticu pridanej hodnoty. Transponovanou agregačnou maticou sme zľava vynásobili maticu konečného použitia, prevodu cien a dovoz. Maticu medzispotreby sme vynásobili oboma spôsobmi. Ak nesúhlasili rozmery matíc, pridali sme nulové riadky. Keď sme mali tabuľku s deviatimi odvetviami, agregovali sme ešte riadky zodpovedajúce rozpätiam do jedného, tak isto sme agregovali aj nepriame dane. Finálny dopyt sme agregovali na dva stĺpce, domáce konečné použitie a vývoz. Problematická bola záporná hodnota hrubého prevádzkového prebytku v skupine obsahujúcej školstvo a zdravotníctvo. Tú sme eliminovali tak, že ako príspevok kapitálu sme nechali odpisy a čistý prevádzkový prebytok sme odpočítali od nepriamych daní, akoby to bola subvencia. Takto sme dostali tabuľku východiskového riešenia uvedenú v prílohe.

2.2. Rovnice modelu

Prezentovaný model je syntézou input-output modelu (štruktúrnej bilancie) a Johansenovho modelu (Johansen 1960, Dixon a kol. 1992). Input-output model je sústava dvoch typov lineárnych rovníc: nákladové rovnice udávajú kompozíciu hodnoty produkcie určitého odvetvia z hodnoty vstupov – primárnych faktorov a medzispotreby. Distribučné rovnice opisujú rozdelenie produkcie medzi medzispotrebu a konečné použitie. Dopyt po produktoch a primárnych faktoroch je určený za predpokladu linearity, ktorý zodpovedá komplementárnym (Leontievovským) produkčným funkciám. Johnsenov model obsahuje obdobné veličiny ako input-output model, ale predpokladá Cobb-Douglasove produkčné funkcie a funkcie užitočnosti. S tým súvisí aj možnosť substitúcie medzi faktormi, ktorá v praxi znamená možnosť variability pomerov medzi medziodvetvovými tokmi. Podľa nášho názoru toto nie je prípad slovenského hospodárstva. Preto sme v našom modeli modelovali medzispotrebu ako v input-output modeli a primárne faktory a konečné použitie ako v Johonsenovom modeli.

2.2.1. Dopytové funkcie

Dopytové funkcie sú odvodené z produkčných funkcií. V modeli predpokladáme vnorenú produkčnú funkciu (nested production function)

$$X_j = \left(1+\sum_{t=1}^{2}\tau_{tj}\right)\times\min\left(\frac{XC_{1j}}{\alpha_{1j}},\frac{XC_{2j}}{\alpha_{2j}}\cdots,\frac{XC_{9j}}{\alpha_{9j}},\frac{M_j}{\mu_j},\frac{A\prod_{f=1}^{2}XF_{fj}^{\varphi_{fj}}}{1-\sum_{k=1}^{9}\alpha_{kj}-\mu_j}\right) \text{ pre všetky j}$$

kde

X_j je produkcia j-tého odvetvia (j = 1 až 9)

XC_{ij} je medzispotreba hrubej produkcie i-tého odvetvia v j-tom odvetví; i, j =1 až 9

XF_{fj} je množstvo f-tého výrobného faktora pre j-té odvetvie, f=1,2; j= 1 až 9

M_j je dovoz produktov j-tého odvetvia

α_{ij} sú priame technické koeficienty z input-output tabuľky

μ_j je podiel dovozu na produkcii j-tého odvetvia

φ_{fj} je elasticita pridanej hodnoty na daný faktor kde $\sum_{f=1}^{2}\varphi_{fj}=1$ pre všetky j

A je konštanta v produkčnej funkcii pre pridanú hodnotu

τ_{tj} sú koeficienty pre dane a rozpätia, t=1,2; j = 1 až 9

Produkčná funkcia sa v modeli nevyskytuje. Z tejto produkčnej funkcie ale vyplývajú dopytové funkcie po výrobných faktoroch. V prípade medzispotreby a dovozu sú to jednoducho podiely na množstve produkcie, pre pridanú hodnotu sú odvodené z maximalizácie zisku pri ohraničení zodpovedajúcom produkčnej funkcii. Optimalizácia vedie k stálym podielom hodnoty faktora na hodnote produktu. Dva výrobné faktory zodpovedajú práci a kapitálu, príspevok ktorého je meraný hrubým prevádzkovým prebytkom. Toto je asi najreštriktívnejší predpoklad modelu, ale bez neho prakticky nemožno pokračovať. Keďže v procese výroby vzniká produkcia v základných cenách a my ju vykazujeme v kúpnych, je treba zohľadniť aj dane a rozpätia, i keď tieto nie sú výrobné faktory. Pridanú hodnotu (príspevok práce a kapitálu) možno v modeli pomerne ľahko vyjadriť čitateľom príslušného zlomku (rovnica pre ceny). Rovnice použité v modeli sú:

$$XC_{ij} = \alpha_{ij}\times\frac{1}{1+\sum_{t=1}^{2}\tau_{tj}}\times X_j \text{ pre všetky i a j}$$

$$M_j = \mu_j \times \frac{1}{1+\sum_{t=1}^{2}\tau_{tj}} \times X_j \text{ pre všetky j}$$

$$XF_{fj} = \varphi_{fj} \times \frac{X_j PX_j - \sum_{i=1}^{9} XCP_{ij} - \sum_{t=1}^{2} XTP_{tj} - MP_j}{PF_f} \text{ pre všetky f a j}$$

kde
X_j je množstvo produkcie j-tého odvetvia
PX_j je cena produkcie j-tého odvetvia
XCP_{ij} je hodnota medzispotreby z i-tého do j-tého odvetvia
XTP_{tj} sú dane a rozpätia pre j-té odvetvie
MP_j je hodnota dovozu
PF_f je cena f-tého výrobného faktora – všetky indexy idú tak ako v predchádzajúcej rovnici.

2.2.2. Bilancia výrobných faktorov

Celkové množstvo homogénneho výrobného faktora $TOTALXF_f$ je sumou množstiev XF_{fj} použitých v jednotlivých odvetviach:

$$TOTALXF_f = \sum_{j=1}^{9} XF_{fj} \text{ pre všetky f}$$

2.2.3. Tvorba domácich príjmov.

Táto rovnica vyplýva z faktu, že model je vybilancovaný. Domáce príjmy (INC) sa skladajú z príjmov domácností, ktoré poskytujú výrobné faktory, daní a rozpätí a negatívneho salda zahraničného obchodu:

$$INC = \sum_{j=1}^{9}\left(\sum_{t=1}^{2} XTP_{tj} + \sum_{f=1}^{2} XFP_{fj} + MP_j - EP_j \right)$$

kde EP_j je hodnota vývozu j-tého odvetvia a XFP_{fj} je hodnota j-tého primárneho faktora pre j-té odvetvie.

2.2.4. Funkcie finálneho dopytu

Tieto funkcie určujú domáce finálne použitie (Y_i) a vyplývajú z maximalizácie mocninovej (Cobb-Douglasovej) funkcie užitočnosti. Optimalizácia vedie k fixným podielom hodnoty finálneho dopytu na príjme:

$$Y_i = \frac{\gamma_i}{PX_i} \times INC \text{ pre všetky i}$$

kde γ_i je príslušný podiel (zodpovedá elasticite z funkcie užitočnosti), $\sum_{i=1}^{9}\gamma_i = 1$.

Z toho vyplýva, že príjem, ktorý sa tvorí v treťom kvadrante sa bez zvyšku alokuje medzi komodity : $INC = \sum_{j=1}^{9} Y_j PX_j = \sum_{j=1}^{9} YP_j$. Takáto analógia rovnosti čistej produkcie a konečného použitia z input-output modelu má tu interpretáciu aj ako rozpočtové ohraničenie spotrebiteľov.

2.2.5. Nepriame dane a rozpätie

Nepriame dane a rozpätia (XTP) sú uvalené na produkciu v základných cenách, ktorá sa skladá z medzispotreby, pridanej hodnoty a dovozu:

$$XTP_{tj} = \tau_{tj} \times \left(\sum_{f=1}^{2} XFP_{fj} + \sum_{i=1}^{9} XCP_{ij} + MP_j \right) \text{ pre všetky t a j}$$

2.2.6. Rovnice trhovej rovnováhy

zodpovedajú distribučným rovniciam input-output modelu:

$$\sum_{j=1}^{9} XC_{ij} + Y_i + E_i = X_i \text{ pre všetky i}$$

kde E_i je vývoz. Keďže všetky členy rovnice sa násobia tými istými relatívnymi cenami, trhová rovnováha platí pre množstvá i hodnoty.

2.2.7. Ceny produkcie

V modeli používame takú istú logiku na výpočet cien produkcie (PX) ako v input-output modeloch, t. j. že táto rovnica vychádza z jeho nákladových rovníc. Z dopytových rovníc a produkčnej funkcie však možno odvodiť aj tvar, ktorý neobsahuje množstvá, ale len parametre produkčnej funkcie a ceny vstupov. Táto vlastnosť súvisí s konštantnými výnosmi z rozsahu.

$$PX_j = \frac{\sum_{i=1}^{9} XCP_{ij} + \sum_{f=1}^{2} XFP_{fj} + \sum_{t=1}^{2} XTP_{tj} + MP_j}{X_f} \text{ pre všetky j}$$

2.2.8. Normalizácia cien

Ceny sú normované L_1 metrikou – ich súčet musí byť konštantný. Keďže vo východiskovom riešení sú rovné jednej a je deväť skupín, súčet cien musí byť rovný deviatim.

$$\sum_{j=1}^{9} PX_j = 9$$

2.2.9 Prevod množstiev na hodnotu

Týka sa všetkých veličín okrem daní, rozpätí a príjmov, ktoré sú definované len v hodnotovom vyjadrení. Množstvá sa vynásobia relatívnymi cenami. Medzispotreba (XC), domáce konečné použitie (Y), vývoz (E) a produkcia (v modeli sa explicitne nevyskytuje) sa násobia tým istým cenovým vektorom, takže podmienky rovnováhy na trhu platia pre množstvá aj hodnoty. Dovoz (M) a výrobné faktory (XF) majú svoje relatívne ceny.

$XCP_{ij} = XC_{ij} \times PX_i$ pre všetky i a j

$YP_i = Y_i \times PX_i$ pre všetky i

$EP_i = E_i \times PX_i$ pre všetky i

$XFP_f = XF_f \times PF_f$ pre všetky f

$MP_i = M_i \times PM_i$ pre všetky i

2.3. Kalibrácia a uzavretie modelu

Parametre modelu sa určili z input-output tabuľky, ktorú považujeme za optimum v bázickom variante. Všetky ceny sú rovné jednej, takže hodnoty sa rovnajú množstvám. Parametre α_{ij}, φ_{fj}, μ_j, τ_{tj} a γ_i sme získali dosadením tohto riešenia do rovníc pre medzispotrebu XC, výrobné faktory XF, dovoz M, dane a rozpätia XTP a domáce konečné použitie Y a spätným výpočtom.

Model obsahuje spolu 283 rovníc a 302 premenných (ak rozvinieme všetky maticové premenné). Model potrebujeme upraviť tak, aby bol štvorcový (koľko rovníc, toľko neznámych), takže devätnásť premenných potrebujeme zafixovať ako exogénnych. Zvolili sme dovozné ceny (9-rozmerný vektor), vývoz (9-rozmerný vektor) a celkové množstvo kapitálu (zložka dvojrozmerného vektora). Voľba prvých dvoch premenných má logiku projektu LINK, kde sa ekonometrické modely jednotlivých krajín spájajú tak, že sa za určitú krajinu sa používajú exogénne dovozné ceny a určujú objem dovozu a súčasne určujú vývozné ceny a používajú exogénny vývoz. Celkové množstvo kapitálu sme určili preto, aby sme nejako ohraničili vyrábané množstvo, čo je obzvlášť dôležité pri použití produkčnej funkcie s konštantnými výnosmi z rozsahu. V tom prípade samotné ceny neurčujú množstvo.

3. Experimentálne použitie modelu

3.1. Výpočet simulácií a súvisiace úpravy modelu

Simulácie s modelom sme robili v študentskej verzii programového balíka GAMS. Model sme riešili dvakrát – raz s pôvodnými exogénnymi premennými, aby sme overili správnosť formulácie, druhý raz so zvýšenými cenami dovozu.

Pri nelineárnych systémoch rovníc sa postupuje po iteráciách a veľmi dôležitý je bod, z ktorého sa vychádza. Štandardne je to nulový vektor – ten má ale nevýhodu, že ak sa v rovniciach vyskytujú zlomky alebo logaritmy, pri dosadení vznikajú často nezmyselné výrazy. Tento problém sme najprv riešili (podľa príkladov dodaných k programu GAMS) vynásobením rovníc so zlomkami (pre ceny produkcie, dopytové funkcie) menovateľom príslušného zlomku. Ako účelnejšia sa však okrem toho ukázala možnosť priamo deklarovať východiskové riešenie.

Ťažším problémom bolo zaručenie konvergencie algoritmu k riešeniu. Hoci sa do sústavy rovníc dosadzovalo pôvodné prípustné riešenie, vždy sa dramaticky zmenilo. Problém bol podľa viacerých indícií v jeho malej nekonzistentnosti. Pri symetrizácii input-output tabuľky vznikli asi v piatej platnej číslici malé odchýlky zo zaokrúhľovania. Preto sme rovnicu pre hodnotu medzispotreby XCP nahradili dvoma nerovnicami, kde sa pripustili malé relatívne odchýlky. Geometricky by sa to dalo interpretovať ako náhrada nadroviny tenkou „vrstvou“ ohraničenou dvoma nadrovinami (v ktorej strede je pôvodná nadrovina). Po tomto sme dospeli k správnemu riešeniu, i keď sme tým vniesli do modelu menšie nepresnosti (do 0,5 %).

So zavedením nerovníc súvisí aj potreba zmeniť riešiaci modul z riešenia štvorcových sústav rovníc CNS na hľadanie viazaných extrémov (NLP). Do modelu bolo treba doplniť účelovú funkciu. Keďže sme mali 283 nezávislých rovníc o 283 neznámych (s malou výhradou pre rovnicu pre hodnotu medzispotreby), predpokladali sme, že tento systém má jediné prípustné riešenie a účelová funkcia, ktorú sme tam pridali z dôvodou syntaxu pri formulácii úlohy pre modul MINOS5 programu GAMS, nebude ovplyvňovať riešenie.

Keby mal systém jediné riešenie, bolo by to irelevantné. Ide tu však o komplexnú úlohu, ktorá má (lokálnych) riešení viac. Najprv sme skúsili niečo, čo by malo ekonomickú interpretáciu - maximalizácia príjmov alebo minimalizácia štvorcov odchýlok cien komodít. Pri zvýšení dovozných cien sa však ukázalo, že riešení je veľa a voľba účelovej funkcie konečné riešenie posunula do ekonomicky neinterpretovateľných oblastí. Výsledkom bol vzrast príjmov, dokonca niekedy aj s prakticky nezmenenými cenami. Tieto riešenia boli konzistentné so zadaním úlohy – nastal tu problém viacnásobných riešení. Úloha mala zjavne viac nesúvislých oblastí, kde sa tieto riešenia nachádzali, avšak nazdávame sa, že skutočne dosiahnuteľné riešenia by mali byť pomerne blízko východiskového riešenia (v tej istej oblasti). Dosiahnuté výsledky boli pravdepodobne výsledkami posunov do iných oblastí ležiacich v smere gradientu účelovej funkcie. Preto sme ako účelovú funkciu určili súčet parametrov γ_i, takže nezávisí od žiadnych premenných (gradient sa rovná nulovému vektoru) a riešenie sa hľadá podľa tvaru ohraničení. Potom sme dostali interpretovateľné riešenie, ktorého charakteristiky uvádzame v ďalšej časti. Úloha sa však vyznačuje značnou nestabilitou, pretože pri pokuse dekomponovať cenový šok sme dostali neinterpretovateľné riešenie, resp. algoritmus nekonvergoval k prípustnému riešeniu. Prezentované riešenie treba preto chápať ako jedno z možných riešení modelu, nie ako bezpodmienečnú predpoveď.

3.2. Predpoklady a vybrané výsledky simulácie

Simulácia znázorňuje zvýšenie dovozných cien v prvých dvoch skupinách (1. poľnohospodárstvo a ťažba, 2. ťažký priemysel) o osem percent. Postupovali sme tak, že pre obe riešenia (numerické riešenie pôvodnej úlohy i úlohy so zvýšenými dovoznými cenami) sme vypočítali percentuálne odchýlky od východiskového riešenia. Aby sme eliminovali vplyv nepresností formulácie modelu, od percentuálnych odchýlok riešenia so zvýšenými cenami sme odpočítali percentuálne odchýlky riešenia s pôvodnými exogénnymi premennými.

Keďže premenných v modeli je veľa, úplný výpis riešení by bol zbytočne zdĺhavý a z priestorových dôvodov ho vynechávame. Hlavné výsledky sú v nasledujúcej tabuľke, kde sú odchýlky vyjadrené predponou D pred identifikátorom:

	INC	Príjmy					
	-0,025						
	DXC	Medzispotreba (množstvo)					
Odberateľ	GROUP1	GROUP2	GROUP3	GROUP4	GROUP5	GROUP6	
Dodávateľ							
GROUP1	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP2	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP3	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP4	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP5	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP6	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP7	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP8	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
GROUP9	-0,023	-0,02	0,001	-0,01178	-0,021	-0,019	
	GROUP7	GROUP8	GROUP9				
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01				
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01				
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01				

GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01					
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01					
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01					
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01					
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01					
GROUP1	-0,00705	-0,034	0,01					
	DY	Domáce konečné použitie						
GROUP1	-0,047	GROUP2	-0,046	GROUP3	0,013	GROUP4	-0,011	
GROUP5	-0,024	GROUP6	-0,026	GROUP7	-0,037	GROUP8	-0,058	
GROUP9	0,011							
	DX	Hrubá produkcia						
GROUP1	-0,023	GROUP2	-0,02	GROUP3	0,001	GROUP4	-0,01178	
GROUP5	-0,021	GROUP6	-0,019	GROUP7	-0,00705	GROUP8	-0,034	
GROUP9	0,01							
	DXF	Primárne faktory						
	GROUP1	GROUP2	GROUP3	GROUP4	GROUP5	GROUP6		
LABOR	-0,016	0,006	-0,161	0,025	0,044	0,051		
CAPITAL	-0,05164	-0,03	-0,2	-0,00897	0,009964	0,016378		
	GROUP7	GROUP8	GROUP9					
LABOR	0,081	0,105	0,010077					
CAPITAL	0,047733	0,071457	-0,024					
	DM	Dovoz (množstvo)						
GROUP1	-0,023	GROUP2	-0,02	GROUP3	0,001	GROUP4	-0,011	
GROUP5	-0,021	GROUP6	-0,019	GROUP7	-0,00705	GROUP8	-0,034	
GROUP9	0,01							
	DPX	Ceny produkcie						
GROUP1	0,021	GROUP2	0,019	GROUP3	-0,038			
GROUP4	-0,013	GROUP5	-0,001	GROUP6	0,001586			
GROUP7	0,011918	GROUP8	0,031	GROUP9	-0,036			
	DPF	Ceny faktorov						
LABOR	-0,077	CAPITAL	-0,04					

Toto je iba jedno z viacerých prípustných riešení. Použité metódy nám neumožňujú špecifikovať kompletnú množinu riešení, ktorú pravdepodobne tvorí konečný počet izolovaných bodov. Z uvedených výsledkov vyplýva, že sa v nej nachádzajú aj ekonomicky interpretovateľné riešenia.

Pri interpretácii výsledkov ekonometrických modelov je účelné postupovať v smere väzieb na premenné, ktoré sa v simuláciách zmenili. Tu to nie je také jednoduché, pretože väzby v tomto CGE modeli sú oveľa silnejšie a komplexnejšie ako v ekonometrických modeloch. Aj tak prijmeme tézu, že dovozné ceny najpriamejšie ovplyvňujú ceny produkcie, tie množstvo produkcie a od toho je odvodený dopyt po výrobných faktoroch.

Vybrali sme riešenie, kde relatívne ceny v prvých dvoch skupinách vzrástli, ale najviac vzrástli ceny v ôsmej skupine, čo pravdepodobne súvisí s presunmi v množstvách. Ostatné ceny stagnovali alebo klesali, najviac v tretej a deviatej skupine. Dôležité je, že ceny v prvých dvoch odvetviach vzrástli len asi o dva percentné body. Absorbovali teda iba štvrtinu vonkajšieho šoku - zvýšenia cien dovozu.

Množstvá produkcie sa v tomto riešení vyvíjali približne recipročne k cenám. V prvej, druhej a ôsmej skupine klesli (opäť najviac v ôsmej), ale produkcia klesala vo väčšine skupín. Proporcionálne k produkcii odberateľských odvetví klesala medzispotreba aj dovoz.

Dopyt po primárnych faktoroch závisí tak od cien produkcie, ako i od cien faktorov. Ceny faktorov klesli najviac, ak uvážime, že tieto ceny sú pre všetky odvetvia spoločné. Keďže v dopytových funkciách po výrobných faktoroch vystupujú hodnoty a nie množstvá, môže sa dopyt po primárnych faktoroch zvýšiť, aj keď produkcia klesá. Dá sa povedať, že časť primárnych faktorov sa presunula z odvetví s nižšiou pridanou hodnotou do odvetví s vyššou pridanou hodnotou. Preto v niektorých odvetviach, kde klesla hodnota dovozu prudšie ako hodnota produkcie (čiže domáca pridaná hodnota stúpla; najmä v siedmej a ôsmej skupine), rapídne stúpol dopyt po výrobných faktoroch (až o 9 percent).

Suma pridanej hodnoty úzko súvisí s príjmami určenými na domáce konečné použitie. Tieto príjmy poklesli asi o 2,5 %. Domáce konečné použitie kleslo vo všetkých odvetviach okrem odvetví 3 a 9. Spomedzi tých odvetví, kde domáce konečné použitie pokleslo, nastal v odvetviach 4 a 5 menší pokles ako v príjmoch, t. j. štruktúra spotreby sa zmenila aj v prospech týchto odvetví.

Záver

Táto práca popisuje jednoduchý model spočítateľnej rovnováhy (CGE), ktorý sme skonštruovali z Komoditno-odvetvových tabuliek dodávok a použitia za rok 1996. Tento model predpokladá, že v tomto období bolo hospodárstvo v rovnováhe, výrobné faktory dokonale mobilné medzi odvetviami a trhový mechanizmus fungoval ideálne. Na rozdiel od jednoduchého input-output modelu náš model používa Cobb-Douglasovu produkčnú funkciu pre pridanú hodnotu a Cobb-Douglasovu funkciu užitočnosti, takže faktory a produkty sa môžu substituovať. Model neurčuje cenovú úroveň, len relatívne ceny.

Kompletný model tvorí sústava 283 nelineárnych rovníc o 283 neznámych. Pre zaokrúhľovacie chyby sme niektoré rovnice nahradili dvoma nerovnicami. Pre zmenu algoritmu sme definovali účelovú funkciu. Potom sa podarilo overiť kozistentnosť modelu so vstupnými údajmi. Ako ilustráciu možností modelu sme zvolili simuláciu zvýšenia dovozných cien v primárnom sektore a v ťažkom priemysle o osem percent. Takto definovaný systém konverguje k rôznym riešeniam v závislosti od typu účelovej funkcie. Zo získaných riešení sme vybrali to, ktoré sa dá najlepšie ekonomicky interpretovať.

Pomocou tohto modelu sme simulovali zvýšenie dovozných cien poľnohospodárskych produktov, surovín a produktov ťažkého priemyslu. Relatívne ceny týchto tovarov absorbovali jednu štvrtinu až jednu tretinu zvýšenia dovozných cien. Nastal menší pokles príjmov, pomerne prudký pokles cien výrobných faktorov (tieto ceny zodpovedajú priemernej mzdovej sadzbe a priemernej úrokovej sadzbe). Štruktúra výroby a spotreby sa zmenila v prospech niektorých odvetví ľahkého priemyslu a netrhových služieb, klesol by však podiel niektorých trhových služieb.

Znamená to, že model aj napriek značnej výpočtovej nestabilite môže dať racionálne a ekonomicky interpretovateľné výsledky. Ďalší výskum v tejto oblasti je však problematický, pretože by bolo treba zamerať sa na matematické aspekty konštrukcie modelu a získať know-how na konštrukciu výpočtovo stabilnejších systémov.

Literatúra:

1. DIXON P. B. a kol.:Notes and Problems in Applied General Equilibrium Economics, Amsterdam - London, North Holland, 1992.

2. FRACZEK, R. – SZAFRANSKI, J. – ŹÓLKIEWSKI, Z.: Long Run Projections for the Polish Economy Based on Computable General Equilibrium Model – preliminary results. In: Econometrics in Tratsition, Integration and Development, Proceedings, 49-th international conference AEA, Varšava, University of Lódź, Institute of Econometrics and Statistics, 1995, str. 143 - 160

3. GINSBURGH, V. – KEYZER, M.: The Structure of Applied General Equilibrium Models, Cambridge – London, The MIT Press, 1997

4. JOHANSEN, L.: A Mustisector Model of Economic Growth, Amsterdam, North Holland, 1960

5. Komoditno-odvetvové tabuľky dodávok a použitia v SR za rok 1996, Bratislava, ŠÚ SR, 2000

Príloha č. 1

Východiskové riešenie, tis. Sk, ceny roku 1996
Medzispotreba

Skupina	i	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii	ix
i	26445299	56195884,9	1242593,98	21962745	3168095,63	10353328,5	179265,756	1232317,47	906579,257
ii	22013651,4	154966488	30004451	21286539,6	29295824,4	28135417,4	2129384,72	13026171,8	12287675,7
iii	2985865,1	17128360,2	59663855,9	12282775	12118348,8	14324451,9	753549,265	10883972,4	9299917,19
iv	4960908,72	27512101,6	7876647,31	81846550,8	8780466,26	18150059,9	2391395,27	13056301,8	10161426,6
v	667168,11	2063327,72	1881983,64	4153204,45	22325297,7	3420366,66	570990,101	7335852,79	2463145,79
vi	2141086,37	6069757,13	2603301,25	4219885,72	3494017,36	14570053,7	939276,172	5067909,97	3110078,42
vii	1428359,72	5283003,47	2364647,16	3360919,23	1636416,78	2871983,74	510956,74	1791703,53	16395442,4
viii	1838396,33	8344090,06	5439320,8	6669475,5	3974866,34	18193848,1	2945578,46	20645196,7	6478119,85
ix	349416,268	627844,257	600871,887	494883,692	286414,719	895102,176	601925,516	646394,47	2991437,76
Mat, náklady	62830153	278190868	111677680	156276975	85079747	110914610	11022324	73685823	64093821
Čistá produkcia									
Mzdy (práca)	21788890	46073439	29202831	31268936	18151576	27613506	8194155	23445083	61130093
Zisk (kapitál)	13360541	48695082	18478198	56531623	24723978	48231008	19476210	48612423	4958842
Dovoz	58831493,5	139812579	137103508	27156947,1	3886217,72	7915564,09	5034255,13	23435292,1	1620409,16
Čisté nepr, dane	-4902521,67	48279705,6	17238897,8	-1346874,26	2353230,99	5519112,9	-1029818,28	2861472,01	-12815429
Rozpätia	11639797,4	104457598	44362944,5	-22513252,4	-789852,5	-123999851	0	-12581431,7	-575952,861
Zdroje spolu	163548353	665509271	358064059	247374354	133404897	76193950	42697125,9	159458661	118411783

Konečné použitie

	Domáce konečné použitie	Vývoz	Zdroje
i	32560584,1	9301659,08	163548353
ii	180995921	171367741	665509265
iii	133941798	84681169,7	358064064
iv	33326601,3	39311906,9	247374366
v	83805405,6	4718159,6	133404902
vi	26897667	7080913,19	76193946,3
vii	3517999,66	3535688,03	42697120,5
viii	70685116,2	14244642,3	159458651
ix	110415371	502121,547	118411784

Príloha č. 2

Súbor Sloj3.gms s kódom originálneho riešenia.

Podčiarknuté časti obsahovali dlhé riadky, ktoré sme z technických dôvodov v tomto výpise rozdelili. V simuláciách sa zmenili prvé dve zložky vektora PM na 1.08.

```
$ONTEXT
*------------------------------------------------------------------!
*                    GAMS INPUT FILE FOR THE                  !
*                    STYLIZED JOHANSEN MODEL                       !
*                                                                  !
*          FOLLOWING THE DESCRIPTION IN CHAPTR 3 OF THE TEXT      !
*   "NOTES AND PROBLEMS IN APPLIED GENERAL EQUILIBRIUM ECONOMICS"  !
*       BY P.DIXON, B.PARMENTER, A.POWELL AND P.WILCOXEN [DPPW]    !
*              PUBLISHED BY NORTH-HOLLAND 1992.                    !
*       MODIFIED FOR SLOVAK DATA 1996 BY M. BENCIK                 !
*          DATA FROM THE INPUT-OUTPUT TABLE 1996, BLN SK.
*     NEGATIVE OPERATION SURPLUS IN HEALTH CARE ETC CONVERTED TO
*     A SUBSIDY.
$OFFTEXT

 SETS

 I  SECTORS  /GROUP1  OKEC 1-14
              GROUP2  OKEC 15-27 AND 37
              GROUP3  OKEC 28-36
              GROUP4  OKEC  40 AND 41 AND 60-64 AND 90
              GROUP5  OKEC 45
              GROUP6  OKEC 50-55
              GROUP7  OKEC 65-67
              GROUP8  OKEC 70-74  AND 92 AND 93 AND 95
              GROUP9  OKEC 75-85     /

 K TAXES       /NETTAX  NET INDIRECT TAXES
                MARGIN  TRADE AND TRANSPORT MARGINS  /

 f FACTORS     /LABOR   WAGES
                CAPITAL OPERATION SURPLUS  /

 ALIAS (I,J);
 ALIAS (I,II);
 ALIAS (K,T);
 ALIAS (F,FF);

 PARAMETERS

ALPHA(I,J)  SHARE OF INTERMEDIATE USE OF COMMODITY I IN COSTS OF INDUSTRY J
 PHI(F,J)    SHARE OF FACTOR INPUT F IN COSTS OFVALUE ADDED IN INDUSTRY J
 TAU(K,J) RATES OF NET TAX RATES & MARKUPS
 MU(I) IMPORT SHARE OF IND. I
 GAMMA(I) CONSUMPTION SHARE OF PRODUCT I


*AUXILIARY PARAMETERS

 EXOG(*,J) EXOGENOUS VARIABLES
 XC0(I,J)  STARTING VALUES FOR XC
 X0(*,J)   STARTING VALUES
 X00(I)    STARTING VALUES
```

```
 XF0(F,J)  STARTING VALUES
 XTP0(K,J) STARTING VALUES
 M0(J)     STARTING VALUES


TABLE PHI(F,J)  EXPONENTS IN COBB-DOUGLAS PRODUCTION FUNCTIONS IN SECTOR I

         GROUP1          GROUP2          GROUP3           GROUP4
GROUP5           GROUP6          GROUP7          GROUP8            GROUP9
LABOR    0.619893107    0.486168176 0.612462265 0.356135956 0.423354903
      0.364080466 0.296134691 0.325366285 0.924967137
CAPITAL  0.380106893    0.513831824 0.387537735 0.643864044 0.576645097
      0.635919534 0.703865309 0.674633715 0.075032863

TABLE TAU(T,J)

         GROUP1          GROUP2          GROUP3           GROUP4
GROUP5           GROUP6          GROUP7          GROUP8            GROUP9

NETTAX  -0.031263873    0.094154343 0.058148719  0.000
      0.017848939 0.028350437 -0.023551116      0.016913909 -0.097231574
MARGIN    0.07422816     0.203711614      0.149641141 -0.08300291 -5.99E-03
      -0.636959195      8.23E-08    -0.074367739      -4.37E-03
  table exog (*,i)  exogenous vectors

         GROUP1          GROUP2          GROUP3           GROUP4
GROUP5           GROUP6          GROUP7          GROUP8            GROUP9
E        9.301659084    171.3677407 84.68116969 39.31190686 4.718159597
      7.080913192 3.535688032 14.2446423  0.502121547
PM       1.08            1.08             1.               1.
1.               1.               1.              1.               1.

TABLE XC0 (I,J) STARTING VALUES

           GROUP1          GROUP2          GROUP3           GROUP4
GROUP5           GROUP6          GROUP7          GROUP8            GROUP9

GROUP1     26.445299    56.19588487 1.242593983 21.96274502 3.168095626
      10.35332845 0.179265756 1.232317466 0.906579257
GROUP2     22.01365139  154.9664877 30.00445103 21.28653957 29.29582439
      28.13541736 2.129384716 13.02617182 12.28767571
GROUP3     2.985865096  17.12836025 59.66385595 12.282775   12.11834884
      14.3244519  0.753549265 10.88397238 9.299917186
GROUP4     4.960908718  27.51210156 7.876647307 81.84655082 8.780466263
      18.15005992 2.39139527  13.05630184 10.1614266
GROUP5     0.66716811   2.063327717 1.881983638 4.153204451 22.32529767
      3.420366662 0.570990101 7.335852787 2.463145794
GROUP6     2.141086367  6.069757128 2.603301253 4.219885724 3.494017363
      14.5700537  0.939276172 5.067909972 3.110078421
GROUP7     1.42835972   5.283003474 2.364647158 3.360919229 1.636416779
      2.871983737 0.51095674  1.791703532 16.39544243
GROUP8     1.838396326  8.344090056 5.439320795 6.669475496 3.974866343
      18.1938481  2.945578463 20.64519673 6.478119851
GROUP9     0.349416268  0.627844257 0.600871887 0.494883692 0.286414719
      0.895102176 0.601925516 0.64639447  2.991437756
```

```
TABLE X0 (*,J) STARTING VALUES

        GROUP1          GROUP2          GROUP3           GROUP4
GROUP5           GROUP6          GROUP7          GROUP8            GROUP9
RESOUR  163.5483526  665.5092652    358.0640636 247.3743664 133.4049021
76.1939463     42.69712048     159.4586506     118.4117836
LABOR 21.78889     46.073439   29.202831   31.268936   18.151576   27.613506
      8.194155     23.445083   61.130093
CAPITAL      13.360541   48.695082   18.478198   56.531623   24.723978
      48.231008   19.47621    48.612423   4.958842
IMPORT       58.83149355 139.8125789 137.1035082 27.15694711 3.886217722
      7.915564089 5.034255135 23.43529215 1.620409155
NETTAX       -4.902521668       48.27970558 17.23889777 -1.346874261
      2.353230991 5.519112898 -1.029818284       2.861472009 -12.81542904
MARGIN       11.63979738 104.4575976 44.36294447 -22.51325237       -
0.7898525   -123.999851 0             -12.58143173    -0.575952861


TABLE ZZ (*,J) OTHER

         GROUP1          GROUP2          GROUP3           GROUP4
GROUP5           GROUP6          GROUP7          GROUP8            GROUP9
MU    0.375174351 0.272660345 0.462465378 0.100123504 0.029476433
      0.040660468 0.115129366 0.138523959 0.012294159
GAMMA   0.048156112     0.26768747  0.198095843 0.049289029 0.123945646
      0.039780833 5.20E-03    0.104541145 0.163300976
;
GAMMA(I)= ZZ("GAMMA",I)  ;
MU(I) = ZZ("MU",I)       ;

$Stitle model definition

 VARIABLES

   INC          TOTAL NOMINAL HOUSEHOLD EXPENDITURE
  PX(I)         PRICE OF COMMODITY I
  PF(F)         PRICE OF FACTOR F
  PM(I)         PRICE OF IMPORT I
  X(I)          TOTAL DEMAND FOR (OR SUPPLY OF) COMMODITY I
  TOTALXF(F)    DEMAND OR ENDOWMENT FOR  FACTOR F
  Y(I)          HOUSEHOLD DEMAND FOR COMMODITY I
  XC(I,J)       INTERMEDIATE INPUTS OF COMMODITY I TO INDUSTRY J
  XF(F,J)       FACTOR INPUTS TO INDUSTRY J
  M (I)         IMPORTS
  E (I)         EXPORTS
  XCP(I,J)      CROWN VALUE OF INPUTS OF COMMODITY I TO INDUSTRY J
  XFP(F,J)      CROWN VALUE OF FACTOR F USED IN INDUSTRY J
  YP(I)         CROWN VALUE OF HOUSEHOLD USE OF COMMODITY I
  EP(I)         CROWN VALUE OF EXPORT OF COMMODITY I
  MP(I)         CROWN VALUE OF IMPORT OF COMMODITY I
  XTP(K,J)      CROWN VALUE OF TAXS AND MARKUPS ON COMMODITY J
  OMEGA         OBJECTIVE FUNCTION

*DEVIATIONS
DX(I)
DXF(F,J)
DXTP(T,J)
DM(J)
DPX(J)
DPF(F)
DXFP(F,J)
```

```
DY(I)
DYP(I)
DINC
DXCP(I,J)
DXC(I,J)
DMP(J)
DEP(J)
DTOTALXF(F)
 ;
EQUATIONS

 INCOME    DOMESTIC INCOME DEFINITION
 CID1(I,J)  COM_INPUT_DEFLATION 1
 CID2(I,J)  COM_INPUT_DEFLATION 2
 FID(F,J)    FAC_INPUT_DEFLATION
 FU(F)     FACTOR_USE
 ID(I)     IMPORT_DEFLATION
 ED(I)     EXPORT_DEFLATION
 FUD(I)    FINAL_USE_DEFLATION
 DFU(I)    DOM_FINAL_USE
 CC(I)     COMODITY_MARKET_CLEARING
 IMP(J)    IMPORTS
 IC(I,J)   INTERMEDIATE_CONSUMPTION
 FI(F,J)   FACTOR_INPUTS
 TAM(K,J)  TAX_AND_MARKUP
 CP(J)     COMODITY_PRICES
 PN        PRICE_NORM
 OF        OBJECTIVE FUNCTION
;


INCOME..   INC =E= SUM(I, (SUM(F, XFP(F,I)) +
                    SUM(T, XTP(T,I))+ MP(I) - EP(I) ) ) ;

CID1(I,J).. XCP(I,J) =G= XC(I,J) * PX(I) - 6.0E-5 * XCP(I,J) ;

CID2(I,J).. XCP(I,J) =L= XC(I,J) * PX(I) + 6.0E-5 * XCP(I,J) ;


FID(F,J).. XFP(F,J) =E= XF(F,J) * PF(F) ;

FU(F)..    TOTALXF(F) =E= SUM(J, XF(F,J) ) ;

ID(I)..    MP(I) =E= M(I) * PM(I) ;

ED(I)..    EP(I) =E= E(I) * PX(I) ;

FUD(I)..   YP(I) =E= Y(I) * PX(I) ;

DFU(I)..   Y(I) * PX(I) =E= GAMMA(I)*INC  ;

CC(I)..    X(I) =E= SUM(J, XC(I,J))+E(I) + Y(I) ;

*IMP(J)..   M(J) =E= MU(J) * [X(J) * 1 / (1 + SUM(T, TAU(T,J)))] ;

IMP(J)..   M(J) =E= [MU(J) / (1 + SUM(T, TAU(T,J)))] * X(J) ;

IC(I,J)..  XC(I,J) =E= [ALPHA(I,J) / (1+SUM(T, TAU(T,J)))] * X(J)  ;

FI(F,J)..  XF(F,J) * PF(F) =E= PHI(F,J)*(X(J)*PX(J)-SUM(I, XCP(I,J))-
                      SUM(T, XTP(T,J))-MP(J))  ;
```

```
TAM(K,J).. XTP(K,J) =E= TAU(K,J)*[SUM(II, XCP(II,J))
                        + SUM (FF, XFP(FF,J)) + MP(J)] ;

CP(J)..    PX(J) * X(J) =E= (SUM(I, XCP(I,J)) + SUM(F, XFP(F,J)) +
                    SUM(T, XTP(T,J))) +MP(J) ;

PN..      SUM(I, PX(I)) =E= 9 ;

OF..      OMEGA =E= SUM(I, GAMMA(I)) ;
*CLOSURE


E.FX(I)=EXOG("E",I)   ;
PM.FX(I)=EXOG("PM",I) ;
TOTALXF.FX("CAPITAL") = 283.067905 ;

*INITIALIZATION

X00(I)              = X0("RESOUR",I)  ;
XF0("LABOR",I)     = X0("LABOR",I)  ;
XF0("CAPITAL",I)  = X0("CAPITAL",I)  ;
XTP0("NETTAX",I)  = X0("NETTAX",I) ;
XTP0("MARGIN",I)  = X0("MARGIN",I)  ;
M0(I)              = X0("IMPORT",I)  ;

X.L(I)             = X00(I)  ;
XF.L("LABOR",I)    = XF0("LABOR",I) ;
XF.L("CAPITAL",I) = XF0("CAPITAL",I) ;
XTP.L("NETTAX",I) = XTP0("NETTAX",I) ;
XTP.L("MARGIN",I) = XTP0("MARGIN",I) ;
M.L(I)             = M0(I)     ;
PX.L(I)            = 1  ;
PF.L(F)            = 1  ;
XFP.L("LABOR",I)   = XF0("LABOR",I) ;
XFP.L("CAPITAL",I) = XF0("CAPITAL",I) ;
Y.L(I)             = X00(I) - SUM(J, XC0(I,J) ) - E.L(I) ;
YP.L(I)            = X00(I) - SUM(J, XC0(I,J) )  - E.L(I) ;
INC.L              = SUM(I, (X00(I) - SUM(J, XC0(I,J) ) - E.L(I) ) ) ;
XCP.L(I,J)        = XC0(I,J)   ;
XC.L(I,J)          = XC0(I,J)   ;
MP.L(I)            = M0(I)      ;
EP.L(I)              = E.L(I)     ;
TOTALXF.L("LABOR") = SUM( I, X0("LABOR",I)) ;
ALPHA(I,J) = XC0(I,J)/ [X00(J) * 1 / (1 + SUM(T, TAU(T,J)))] ;


Model SLOJ1 square base model / CC, CP, OF, DFU, FUD,  IMP, ID
            ED, FI, FID, IC, FU, INCOME, PN, TAM, CID1, CID2 / ;

Solve SLOJ1 MINIMIZING OMEGA USING NLP;

*DEVIATIONS

DX.L(I)                = [X.L(I)    - X00(I)]/X.L(I)  ;
DXF.L("LABOR",I)   = [XF.L("LABOR",I)   - XF0("LABOR",I)]/XF.L("LABOR",I) ;
DXF.L("CAPITAL",I) = [XF.L("CAPITAL",I)-XF0("CAPITAL",I)]/XF.L("CAPITAL",I)
;
DXTP.L("NETTAX",I) =[XTP.L("NETTAX",I)-XTP0("NETTAX",I)]/XTP.L("NETTAX",I)
;
```

```
DXTP.L("MARGIN",I) =[XTP.L("MARGIN",I)-XTP0("MARGIN",I)]/XTP.L("MARGIN",I)
;
DM.L(I)            = [M.L(I) - M0(I)]/M.L(I)     ;
DPX.L(I)           = [PX.L(I) - 1]/PX.L(I)  ;
DPF.L(F)           = [PF.L(F) - 1]/PF.L(F)  ;
DXFP.L("LABOR",I)  = [XFP.L("LABOR",I) - XF0("LABOR",I)]/XFP.L("LABOR",I) ;
DXFP.L("CAPITAL",I)=[XFP.L("CAPITAL",I)-
XF0("CAPITAL",I)]/XFP.L("CAPITAL",I) ;
DY.L(I)            =[Y.L(I)-(X00(I) - SUM(J, XC0(I,J) ) - E.L(I) )]/Y.L(I)
;
DYP.L(I)           =[YP.L(I)-(X00(I)-SUM(J, XC0(I,J) )-E.L(I) )]/YP.L(I);
DINC.L             =[INC.L-( SUM(I, (X00(I) - SUM(J, XC0(I,J) )
                  - E.L(I))))]/INC.L ;
DXCP.L(I,J)        = [XCP.L(I,J) - XC0(I,J)]/XCP.L(I,J)   ;
DXC.L(I,J)         = [XC.L(I,J) - XC0(I,J) ]/XC.L(I,J)  ;
DMP.L(I)           = [MP.L(I) - M0(I) ]/MP.L(I)     ;
DEP.L(I)             = [EP.L(I) - E.L(I)]/EP.L(I)      ;
DTOTALXF.L("LABOR") =[TOTALXF.L("LABOR") -[ SUM( I, X0("LABOR",I))]]/
                    TOTALXF.L("LABOR");


 DISPLAY DINC.L, DXC.L , DY.L, DX.L, DXF.L, DM.L, DXTP.L, DPX.L, DPF.L ;
```